

# Bridge

Verschiedene Betrachtungen zu  
Wahrscheinlichkeiten

# Bridge

Verschiedene Betrachtungen zu  
Wahrscheinlichkeiten

Dr. Klaus Krtschil

25. Juni 2026

**Website:** <https://bridgev.krtschil.net>

©2026 Dr. Klaus Krtschil

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License. To view a copy of this license, visit [CreativeCommons.org](https://creativecommons.org)

# Inhalt

<b>1 Häufigkeiten</b>	<b>1</b>
1.1 Wieviele Teilungen gibt es? . . . . .	1
1.2 Welches sind die häufigsten Verteilungen? . . . . .	2
<b>2 Yarborough?</b>	<b>6</b>
<b>3 Schneiden oder schlagen?</b>	<b>7</b>

## Anhang

# Kapitel 1

## Häufigkeiten

Wahrscheinlichkeiten sind bei Bridge ein häufig diskutiertes Thema und können bei Entscheidungen am Tisch eine wesentliche Rolle spielen.

Wir betrachten hier, wieviele Möglichkeiten es gibt, aus dem vollen Kartensatz ein Board zu teilen, sowie die (relativen) Häufigkeiten für die Verteilung der 13 Karten einer Hand auf die Farben.

### 1.1 Wieviele Teilungen gibt es?

Eine interessante Frage ist, ob es wahrscheinlich ist, ein Board, das man in der Vergangenheit gespielt hat, irgendwann mit identischen Teilungen für alle vier Hände wieder bekommt.

Beurteilen lässt sich dies, indem man überlegt, wieviele Möglichkeiten es gibt, ein komplettes Board aus den 52 zur Verfügung stehenden Karten zu teilen.

Die Antwort dazu können wir mit Hilfe der Kombinatorik erhalten: Wir haben eine Menge von 52 unterschiedlichen Objekten (die 52 Karten eines vollständigen Kartenspiels), aus denen wir nacheinander 13 Karten ziehen und jeweils auf die vier Hände verteilen. Für das Ziehen von 13 Karten aus einem Stapel von  $n$  Karten sagt die Kombinatorik, dass es dafür

$$P(n) = \binom{n}{13}$$

Möglichkeiten gibt.  $n$  verändert sich entsprechend des Teilungsprozesses: für die erste Hand stehen 52 Karten zur Verfügung, für die zweite Hand nur noch 39 und für die dritte Hand entsprechend 26 Karten. Die vierte Hand ergibt sich dann automatisch aus den verbleibenden 13 Karten. Die Anzahl der Möglichkeiten für alle vier Hände werden dann miteinander multipliziert, um die Gesamtzahl der Teilungsmöglichkeiten zu erhalten.

Es gilt also für die erste, zweite, dritte und vierte Hand:

$$N_1 = \binom{52}{13} = \frac{52!}{13! \cdot 39!} = 635.013.559.600$$

$$N_2 = \binom{39}{13} = \frac{39!}{13! \cdot 26!} = 8.122.425.444$$

$$N_3 = \binom{26}{13} = \frac{26!}{13! \cdot 13!} = 10.400.600$$

$$N_4 = 1$$



Struktur der jeweiligen Verteilung ab:

$$M_2 = \begin{cases} 4! = 24 & : \text{Kartenzahl verschieden (z.B. 5-4-3-1)} \\ 12 & : \text{zwei Farben mit gleicher Kartenzahl (z.B. 4-4-3-2)} \\ 4 & : \text{drei Farben mit gleicher Kartenzahl (z.B. 4-4-4-1)} \end{cases} \quad (1.2.2)$$

Die Gesamtmenge der Möglichkeiten ergibt sich dann aus dem Produkt dieser beiden Faktoren:  $M = M_1 \cdot M_2$

**Beispiel** zur Berechnung für die Verteilung 4-4-3-2:

Wir bestimmen zuerst den Faktor  $M_1$  gemäß (1.2.1):

- Die Anzahl der Möglichkeiten, 4 Karten aus 13 zu ziehen beträgt:  $\binom{13}{4}$
- Die Anzahl der Möglichkeiten, 3 Karten aus 13 zu ziehen beträgt:  $\binom{13}{3}$
- Die Anzahl der Möglichkeiten, 2 Karten aus 13 zu ziehen beträgt:  $\binom{13}{2}$

Für alle vier Farben ergibt sich die Gesamtzahl der Möglichkeiten aus dem Produkt der Einzelmöglichkeiten:

$$M_1 = \binom{13}{4} \cdot \binom{13}{4} \cdot \binom{13}{3} \cdot \binom{13}{2}$$

Dann bestimmen wir den Faktor  $M_2$  gemäß (1.2.2): Da die Verteilung 4-4-3-2 zwei Farben mit identischer Kartenzahl aufweist, kommt Zeile 2 zur Anwendung:  $M_2 = 12$ .

Somit ergibt sich als Anzahl der möglichen Verteilungen am Beispiel 4-4-3-2:

$$M = M_1 \cdot M_2 = \binom{13}{4} \cdot \binom{13}{4} \cdot \binom{13}{3} \cdot \binom{13}{2} \cdot 12 = 136.852.887.600$$

Führt man obige Rechnung für alle möglichen Verteilungen durch, so erhält man untenstehende [Tabelle 1.2.1](#).

Der prozentuale Anteil der jeweiligen Verteilung  $M_p$  ergibt sich dann aus dem Quotienten der Anzahl  $M$  der jeweiligen Verteilung und der Gesamtsumme aller Möglichkeiten:  $M_p = M/N$ , wobei  $N = \binom{52}{13} = 635.013.559.600$ .

Tabelle 1.2.1 Auflistung der Wahrscheinlichkeiten aller Verteilungen

	Verteilung	Anzahl $M$	Prozentualer Anteil $M_p$
1.	4-4-3-2	136.852.887.600	21,5512 %
2.	5-3-3-2	98.534.079.072	15,5168 %
3.	5-4-3-1	82.111.732.560	12,9307 %
4.	5-4-2-2	67.182.326.640	10,5797 %
5.	4-3-3-3	66.905.856.160	10,5361 %
6.	6-3-2-2	35.830.574.208	5,6425 %
7.	6-4-2-1	29.858.811.840	4,7021 %
8.	6-3-3-1	21.896.462.016	3,4482 %
9.	5-5-2-1	20.154.697.992	3,1739 %
10.	4-4-4-1	19.007.345.500	2,9932 %
11.	7-3-2-1	11.943.524.736	1,8808 %
12.	6-4-3-0	8.421.716.160	1,3262 %
13.	5-4-4-0	7.895.358.900	1,2433 %
14.	5-5-3-0	5.684.658.408	0,8952 %
15.	6-5-1-1	4.478.821.776	0,7053 %
16.	6-5-2-0	4.134.297.024	0,6511 %
17.	7-2-2-2	3.257.324.928	0,5130 %
18.	7-4-1-1	2.488.234.320	0,3918 %
19.	7-4-2-0	2.296.831.680	0,3617 %
20.	7-3-3-0	1.684.343.232	0,2652 %
21.	8-2-2-1	1.221.496.848	0,1924 %
22.	8-3-1-1	746.470.296	0,1176 %
23.	7-5-1-0	689.049.504	0,1085 %
24.	8-3-2-0	689.049.504	0,1085 %
25.	6-6-1-0	459.366.336	0,0723 %
26.	8-4-1-0	287.103.960	0,0452 %
27.	9-2-1-1	113.101.560	0,0178 %
28.	9-3-1-0	63.800.880	0,0100 %
29.	9-2-2-0	52.200.720	0,0082 %
30.	7-6-0-0	35.335.872	0,0056 %
31.	8-5-0-0	19.876.428	0,0031 %
32.	10-2-1-0	6.960.096	0,0011 %
33.	9-4-0-0	6.134.700	0,0010 %
34.	10-1-1-1	2.513.368	0,0004 %
35.	10-3-0-0	981.552	0,0002 %
36.	11-1-1-0	158.184	0,0000 %
37.	11-2-0-0	73.008	0,0000 %
38.	12-1-0-0	2.028	0,0000 %
39.	13-0-0-0	4	0,0000 %

Tabelle 1.2.2 Einige spezielle Wahrscheinlichkeiten:

	Häufigkeit	Wieviele Spiele muss man warten?
Single oder Chicane	35,66 %	3
6+ Länge	20,58 %	5
Mindestens 1 Chicane	5,11 %	20
7er Länge	3,53 %	28
8er Länge	0,47 %	214
Yarborough	0,06 %	1828
9er Länge	0,04 %	2699

## Kapitel 2

# Yarborough?

Zuerst müssen wir natürlich klären, was man unter einem **Yarborough** versteht: Im engeren Sinne ist das eine Hand, die als höchste Karte eine 9 enthält. Oft wird der Begriff aber auch verwendet, um eine ganz schwache Hand zu bezeichnen.

Woher stammt der Begriff **Yarborough**? Laut Wikipedia geht er zurück auf einen britischen Earl: Charles Anderson-Pelham, 2. Earl of Yarborough :

Der Earl bot jedem 1.000 £, der einen "Yarborough" erzielt, unter der Bedingung, dass man ihm 1 £ zahlt, wenn dies nicht gelänge.

—[Wikipedia](#)

Es erhebt sich natürlich die Frage, ob die Wette des Earls für ihn günstig war. Dazu müssen wir herausfinden, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Yarborough auftritt. Diese berechnet sich zu  $P = \frac{\text{Zahl der günstigen Fälle } N_g}{\text{Zahl der möglichen Fälle } N}$ .

Wieviele günstige Fälle gibt es? Das sind alle Möglichkeiten, wie 13 Karten aus dem reduzierten Kartensatz ausgewählt werden können: pro Farbe müssen diese 5 aussortiert werden: As, König, Dame, Bube und Zehn. Es bleiben also noch 32 Karten übrig, aus denen eine Hand zusammengestellt werden kann:

$$N_g = \binom{32}{13} = \frac{32!}{13! \cdot 19!} = 347.373.600$$

Die Gesamtzahl  $N$  der Möglichkeiten für eine Hand berechnet sich zu:

$$N = \binom{52}{13} = \frac{52!}{13! \cdot 39!} = 635.013.559.600$$

Die Wahrscheinlichkeit für eine Yarborough-Hand ist dann der Quotient  $\frac{N_g}{N}$ :

$$P = \frac{N_g}{N} = \frac{347.373.600}{635.013.559.600} = 0.0547033\%$$

Anschaulich ausgedrückt bedeutet das, dass man durchschnittlich ca. 1828 Hände spielen muss, um einen Yarborough aufzunehmen. Damit ist auch klar, dass die Wette des Earls zu seinen Gunsten ausgeht.

## Kapitel 3

# Schneiden oder schlagen?

In einer Farbe fehlen fast immer einige Karten, die irgendwie bei den Gegnern verteilt sind. Interessant ist zu wissen, welche Verteilungen wie wahrscheinlich sind. Beispielsweise möchte man wissen, wenn 4 Karten fehlen, wie wahrscheinlich die 4-0/0-4, 3-1/1-3 oder 2-2 Verteilungen sind. Insbesondere kann dies hilfreich sein, um ggfs. zu entscheiden, ob in einer Farbe ein Schnitt gespielt werden soll, oder es besser ist, die Topfiguren abzuziehen.

Um die Wahrscheinlichkeiten für die verschiedenen Situationen zu berechnen, muss man auf die Kombinatorik zurückgreifen.

Gehen wir davon aus, dass  $n$  Karten fehlen, dann hat ein Gegner  $k$ , der andere  $n - k$  Karten ( $0 \leq k \leq n$ ).

Die Anzahl der Möglichkeiten, wie  $k$  bzw.  $n - k$  Karten auf die 13 Karten des jeweiligen Gegners verteilt werden können, lässt sich mit Hilfe des Binomialkoeffizienten ermitteln:

$$P_1 = \binom{13}{k}.$$

Für seinen Partner gilt dann mit den verbleibenden  $n - k$  Karten:

$$P_2 = \binom{13}{n - k}$$

Die Gesamtzahl aller Möglichkeiten,  $n$  Karten auf beide Gegner, also 26 Karten, zu verteilen, beträgt

$$N = \binom{26}{n}$$

Die Wahrscheinlichkeit für spezifische Werte von  $n$  und  $k$  berechnet sich dann aus dem Quotienten aus der Anzahl der möglichen Fälle ( $P_1 \cdot P_2$ ) dividiert durch die Anzahl aller Fälle  $N$ :

$$P(n, k) = \frac{P_1 \cdot P_2}{N} = \frac{\binom{13}{k} \binom{13}{n - k}}{\binom{26}{n}}$$

Zur Berechnung der Gesamtwahrscheinlichkeit sind jetzt noch zwei Fälle zu unterscheiden: wenn  $n$  und  $n - k$  gleich groß sind, sind die verbleibenden Karten gleich auf die beiden Gegner verteilt und obiges  $P(n, k)$  ist bereits die Gesamtwahrscheinlichkeit. Sind die beiden Größen nicht gleich, gibt es zwei unterscheidbare Verteilungssituationen, die beide berücksichtigt werden

müssen, d.h. in diesem Fall muss obige Wahrscheinlichkeit verdoppelt werden (s. auch Beispiel unten):

$$P(n, k) = \begin{cases} \frac{P_1 \cdot P_2}{N} \cdot 2 & \text{wenn } k \neq n - k \\ \frac{P_1 \cdot P_2}{N} & \text{wenn } k = n - k \end{cases} \quad (3.0.1)$$

Ein konkretes Beispiel:  $n = 4$ , d.h. es fehlen 4 Karten in einer Farbe. Die Wahrscheinlichkeit, dass diese 4 Karten bei den Gegnern 3-1 oder 1-3 verteilt sind, berechnet sich dann unter Berücksichtigung von (3.0.1) wie folgt:

$$P(4, 1) = \frac{\binom{13}{1} \binom{13}{3}}{\binom{26}{4}} \cdot 2 = \frac{13 \cdot 13! \cdot 4! \cdot 22!}{3! \cdot 26! \cdot 10!} \cdot 2 \approx 0.497.$$

So berechnet sich die Wahrscheinlichkeit, wenn noch keine Stiche gespielt wurden. Wurden aber schon, sagen wir  $s$ , Stiche gespielt, so ändern sich die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten. Wie aus den folgenden Tabellen zu ersehen ist, sind diese Änderungen aber nur gering und ändern nichts am Gesamtbild über die relativen Wahrscheinlichkeiten (eine 3-1 bzw. 1-3 Verteilung bleibt auch nach mehreren gespielten Stichen, bevor man die kritische Farbe spielt, wahrscheinlicher als eine 2-2 Verteilung).

Die zugehörige Berechnung sieht dann so aus ( $s$  ist die Anzahl der Stiche):

$$P(s, n, k) = \frac{\binom{13-s}{k} \binom{13-s}{n-k}}{\binom{26-2s}{n}}$$

Zum Schluß einige Tabellen mit den Wahrscheinlichkeitswerten für  $s = 0 - 4$  Stiche sowie max. 7 fehlenden Karten vor dem Abspielen der kritischen Farbe.

**Tabelle 3.0.1**  $s = 0$

	Verteilung	%
2 fehlende Karten	1-1	52 %
	2-0 / 0-2	48 %
3 fehlende Karten	2-1 / 1-2	78 %
	3-0 / 0-3	22 %
4 fehlende Karten	2-2	40.7 %
	3-1 / 1-3	49.7 %
	4-0 / 0-4	9.5 %
5 fehlende Karten	3-2 / 2-3	67.8 %
	4-1 / 1-4	28.3 %
	5-0 / 0-5	3.9 %
6 fehlende Karten	3-3	35.5 %
	4-2 / 2-4	48.5 %
	5-1 / 1-5	14.5 %
	6-0 / 0-6	1.5 %
7 fehlende Karten	4-3 / 3-4	62.2 %
	5-2 / 2-5	30.5 %
	6-1 / 1-6	6.8 %
	7-0 / 0-7	0.5 %

Tabelle 3.0.2  $s = 1$ 

	Verteilung	%
2 fehlende Karten	1-1	52.2 %
	2-0 / 0-2	47.8 %
3 fehlende Karten	2-1 / 1-2	78.3 %
	3-0 / 0-3	21.7 %
4 fehlende Karten	2-2	41.0 %
	3-1 / 1-3	49.7 %
	4-0 / 0-4	9.3 %
5 fehlende Karten	3-2 / 2-3	68.3 %
	4-1 / 1-4	28.0 %
	5-0 / 0-5	3.7 %
6 fehlende Karten	3-3	36.0 %
	4-2 / 2-4	48.5 %
	5-1 / 1-5	14.1 %
	6-0 / 0-6	1.4 %
7 fehlende Karten	4-3 / 3-4	62.9 %
	5-2 / 2-5	30.2 %
	6-1 / 1-6	6.4 %
	7-0 / 0-7	0.5 %

Tabelle 3.0.3  $s = 2$ 

	Verteilung	%
2 fehlende Karten	1-1	52.4 %
	2-0 / 0-2	47.6 %
3 fehlende Karten	2-1 / 1-2	78.6 %
	3-0 / 0-3	21.4 %
4 fehlende Karten	2-2	41.4 %
	3-1 / 1-3	49.6 %
	4-0 / 0-4	9.0 %
5 fehlende Karten	3-2 / 2-3	68.9 %
	4-1 / 1-4	27.6 %
	5-0 / 0-5	3.5 %
6 fehlende Karten	3-3	36.5 %
	4-2 / 2-4	48.7 %
	5-1 / 1-5	13.6 %
	6-0 / 0-6	1.2 %
7 fehlende Karten	4-3 / 3-4	63.8 %
	5-2 / 2-5	29.8 %
	6-1 / 1-6	6.0 %
	7-0 / 0-7	0.4 %

Tabelle 3.0.4  $s = 3$ 

	Verteilung	%
2 fehlende Karten	1-1	52.6 %
	2-0 / 0-2	47.4 %
3 fehlende Karten	2-1 / 1-2	78.9 %
	3-0 / 0-3	21.1 %
4 fehlende Karten	2-2	41.8 %
	3-1 / 1-3	49.5 %
	4-0 / 0-4	8.7 %
5 fehlende Karten	3-2 / 2-3	69.7 %
	4-1 / 1-4	27.1 %
	5-0 / 0-5	3.2 %
6 fehlende Karten	3-3	37.1 %
	4-2 / 2-4	48.8 %
	5-1 / 1-5	13.0 %
	6-0 / 0-6	1.1 %
7 fehlende Karten	4-3 / 3-4	65.0 %
	5-2 / 2-5	29.3 %
	6-1 / 1-6	5.4 %
	7-0 / 0-7	0.3 %

Tabelle 3.0.5  $s = 4$ 

	Verteilung	%
2 fehlende Karten	1-1	52.9 %
	2-0 / 0-2	47.1 %
3 fehlende Karten	2-1 / 1-2	79.4 %
	3-0 / 0-3	20.6 %
4 fehlende Karten	2-2	42.4 %
	3-1 / 1-3	49.4 %
	4-0 / 0-4	8.2 %
5 fehlende Karten	3-2 / 2-3	70.6 %
	4-1 / 1-4	26.5 %
	5-0 / 0-5	2.9 %
6 fehlende Karten	3-3	38.0 %
	4-2 / 2-4	48.9 %
	5-1 / 1-5	12.2 %
	6-0 / 0-6	0.9 %
7 fehlende Karten	4-3 / 3-4	66.5 %
	5-2 / 2-5	28.5 %
	6-1 / 1-6	4.8 %
	7-0 / 0-7	0.2 %

## **Kolophon**

Diese Website wurde mit [PreTeXt](#) erstellt.  
Der Inhalt dieser Website kann  
auch als [PDF heruntergeladen](#) werden.